

Доклад Е.Е.Селькова

"О возможности возникновения автоколебаний в ферментативных реакциях с субстратным и продуктным угнетениями"

## ОБСУЖДЕНИЕ

*Д. С. Чернавский.* Почему период колебаний в модели заметно больше «характерного времени» системы? Удалось ли выяснить конкретно физические причины обнаруженной несоразмерности?

*Е. А. Сельков.* «Характерное время» является понятием линейной теории. Рассмотренная модель существенно нелинейна, поэтому различие между характерным временем и периодом колебаний является типичным эффектом нелинейности.

*А. М. Молчанов.* Характерным временем называют комбинацию коэффициентов системы, имеющую размерность времени. Обычно линеаризуют систему вблизи стационарной точки и берут обратную величину действительной части собственного значения — «время полураспада». В других задачах используется  $2\pi$ , деленное на мнимую часть, — период собственных колебаний.

Однако период движения по предельному циклу может сильно отличаться от характерного времени системы.

Пусть, например,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + \alpha y - (y + x)(x^2 + y^2) \\ \dot{y} &= -\alpha x + y - (y - x)(x^2 + y^2),\end{aligned}$$

Переходя к полярным координатам  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ , получим

$$\begin{aligned}\dot{r} &= r(1 - r^2), \\ \dot{\varphi} &= r^2 - \alpha.\end{aligned}$$

Далее легко найдем амплитуду и период предельного цикла

$$a = 1, \quad T = \frac{8\pi}{1 - \alpha}.$$

Собственные значения также нетрудно найти:

$$\lambda_1 = 1 + i\alpha, \quad \lambda_2 = 1 - i\alpha.$$

Мы получим поэтому еще два масштаба времени  $T_1 = 1$ ;  $T_2 = \frac{2\pi}{\alpha}$ , характеризующие поведение системы вблизи стационарной точки.

Особенно существенны различия в масштабах времени при  $\alpha$ , близких к единице, когда период предельного цикла становится сколько угодно большим.

*Д. С. Чернавский.* То, что время  $T$  и  $T_2$  не равны друг другу, — тривиально и не требует доказательства. Интерес представляет другой вопрос — почему они в рассматриваемом случае отличаются столь сильно друг от друга, каковы конкретные причины этого. По-видимому, на этот вопрос сейчас трудно ответить.

Доклад Б.В.Вольтера, И.Е.Сальникова, Б.Н.Скрябина  
"Автоколебательные процессы в открытых химических системах  
полного перемешивания"

## ОБСУЖДЕНИЕ

*А. М. Молчанов.* В проточных системах (не только химических) существует, по-видимому, следующая закономерность: при увеличении скорости потока выход продукта сначала растет, а затем достигает насыщения или даже падает за счет изменения к. п. д. В области существенной нелинейности, которую естественно назвать «трудными условиями», следует ожидать возникновения колебаний, а иногда перевод химической системы в крайний режим приводит к взрыву. Подробнее об этом будет сказано в моем сообщении (см. настоящий сборник, стр. 274).

*Д. А. Франк-Каменецкий.* Теория устойчивости химических реакторов может быть представлена в очень простом и наглядном виде, если ввести понятие квазистационарной концентрации, которое широко используется в химической кинетике (метод Боденштейна — Семенова). Для этого приравнивают нулю скорость изменения концентрации, как если бы она была стационарной. Определив из полученного алгебраического уравнения квазистационарное значение концентрации, подставляют его в тепловое уравнение и далее это уравнение исследуют на устойчивость. Условие тепловой неустойчивости, которое при этом получается, совпадает с условием неустойчивости седла.

Таким образом, неустойчивость седла — это неустойчивость квазистационарная. Она может быть рассмотрена элементарным графическим методом. Строится кривая тепловыделения в допущении квазистационарной концентрации и кривая теплоотвода (при постоянном коэффициенте теплоотдачи она будет прямой). Получаются, вообще говоря, три точки пересечения, причем непосредственно видно, что средняя из них всегда неустойчива: это и есть седло. Легко показать, что условие неустойчивости седла в точности совпадает с условием квазистационарной неустойчивости, найденным таким элементарным способом.

Остальные два состояния равновесия (верхнее и нижнее) в допущении квазистационарности были бы всегда устойчивы. В действительности неустойчивость может возникнуть и вблизи этих состояний равновесия, но она не имеет уже квазистационарного характера. Она связана с одновременным изменением как концентрации, так и температуры. Поэтому мы называем ее существенно нестационарной неустойчивостью. Можно было бы назвать ее и прямо колебательной, так как она, вероятно, всегда приводит к колебаниям, но доказать это в общем виде пока не удалось. Замечание А. И. Молчанова, по-видимому, справедливо. Действительно, колебания возникают вблизи максимальной производительности реактора, т. е. при степенях конверсии порядка половины. Для наличия колебаний необходимо участие как температуры, так и концентрации и, следовательно, концентрация должна существенно меняться. Если выгорание почти нулевое или почти полное, то концентрация существенным образом меняться не будет. С другой стороны, поскольку каждое уравнение в отдельности здесь первого порядка, то ясно, что колебательный процесс может идти только с участием концен-

Доклад Ю.М.Романовского, Г.А.Сидоровой  
"О влиянии диффузии на затухание колебательных химических  
реакций"

### ОБСУЖДЕНИЕ

*А. М. Молчанов.* Мне кажется маловероятным, что результаты, полученные из линеаризованной системы, могут объяснять явление синхронизации колебаний в сильно нелинейных системах.

*Д. А. Франк-Каменецкий.* В докладе А. М. Жаботинского поставлена важная проблема пространственной десинхронизации колебаний. Соображения, развитые Ю. М. Романовским, очень интересны, но я согласен с А. М. Молчановым, что линейное приближение здесь явно недостаточно.

По-видимому, мощный аппарат дисперсионных уравнений, развитый в радиотехнике, можно с успехом приложить и к этой задаче. Однако в качестве невозмущенного движения здесь следует считать не состояние равновесия, а состояние синхронных колебаний.

*А. М. Молчанов.* Обычно считают, что диффузионные члены уравнений приводят к затуханию колебаний. На примере системы

$$\frac{du}{dt} = A \frac{\partial u}{\partial x} + B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

была показана <sup>1</sup> возможность возникновения неустойчивости за счет включения «диффузионного» члена, тогда как чисто «гидродинамическая» задача приводит к нейтральному решению.

---

<sup>1</sup> З. Р. Искандер-Заде. Вычислительная математика и математическая физика, 1966, 6, № 5, 921.

### ОБСУЖДЕНИЕ

*А. М. Молчанов.* Может возникнуть впечатление, что построена единственно возможная или лучшая модель «биологических часов». Между тем это далеко не так — в самом главном пункте модель совершенно произвольна. За основу взята известная система Вольтерра и к ней дописаны слагаемые. Существует немало других моделей колебательной химической кинетики. Остается совершенно неизученным вопрос о правильности выбора модели.

Представляются необоснованными утверждения типа — «изучено действие периодического температурного режима». Так как на самом деле изучена роль разрывности коэффициентов в математической модели.

Дальнейшие выводы основаны на отождествлении влияния температуры на «биологические часы» с влиянием некоторых коэффициентов в уравнениях на математическую модель. Законность такого отождествления сомнительна, но именно на нем основаны выводы автора.

*Д. С. Чернавский.* Действительно, единой и окончательной математической модели биологических часов в работе Л. Я. Фукшанского не предложено. Однако, как мне кажется, цель работы заключается не в этом; указание на некоторую аналогию между биологическими часами и поведением рассматриваемой нелинейной системы мне представляется полезным.

Доклад И.П.Кагановского, Т.Г.Косоуровой, Е.Е.Лепиховой,  
В.В.Налимова, С.С.Соловьевой, В.Л.Фрейдлиной  
"Экспериментальные методы изучения колебательных процессов  
в химии"

### ОБСУЖДЕНИЕ

*В. И. Крюков.* Из каких соображений следует выбирать систему квантования?

*В. В. Налимов.* Система квантования диктуется разрешающей способностью тех физических приборов, с помощью которых производятся измерения.

*Ю. М. Романовский.* Вы занимались только линейной фильтрацией. Есть ли математический аппарат для изучения нелинейных задач?

*В. В. Налимов.* В последнее время появилась работа по исследованию так называемых биспектров.

*А. М. Молчанов.* Часто высказывается мнение, на мой взгляд ошибочное, что функция одного переменного проще, чем функция многих переменных. Делается ли попытка вернуться к изучению функций многих переменных?

*В. В. Налимов.* Если априори есть основания считать, что мы имеем дело с функцией многих переменных, тогда это, по-видимому, имеет смысл.